

GUÍA DE LECTURA

Anna Cerasoli

LA SORPRESA DE LOS NÚMEROS

Un viaje al fascinante universo
de las matemáticas



GUÍA DE LECTURA

LA SORPRESA DE LOS NÚMEROS

POR: FÁTIMA CAPDEVILA VIDAL
Profesora del I.E.S. Torreblanca (Castellón)

Introducción

Filippo, Filo, tiene nueve años y muchas ganas de aprender. Lo que le enseñan en el colegio no le resulta suficiente y en casa no deja de hacer preguntas a su familia, sobre todo a su abuelo, cuando está. Las respuestas del abuelo son fantásticas, ricas en anécdotas, apasionantes y están sazonadas con un puñadito de matemáticas.

El abuelo fue profesor de instituto y enseñó matemáticas durante cuarenta años.

Grazia, la profe de Filo, les explica que el reloj puede usarse también para controlar los días de la semana, no solo las horas. Para averiguar qué día de la semana será dentro de X días solo tenemos que dividir entre siete y nos quedamos con el resto. La aritmética modular la usaban ya los sumerios, según cuenta la profe.

El número 13 trae mala suerte dice, la tía Giovanna, pero trae buena suerte en las quinielas. En Italia, la quiniela consta de 13 resultados



porque es el número de partidos que se juegan por jornada. Se rellena una columna de 13 casillas con los símbolos: 1, 2 o χ . Acertar la quiniela sería factible si se rellenaran tantas como resultados posibles. Son más de un millón y medio las quinielas que habría que rellenar y cada una cuesta medio euro que no se compensa con el premio que corresponde a los ganadores.

Cuando Filo tiene que bañarse siempre busca excusas ecológicas y nunca encuentra el momento. El abuelo aprovecha para hablarle de bacterias y del crecimiento exponencial de las poblaciones para convencerlo.

El abuelo le explica otras operaciones que ya no son sumar, restar, multiplicar y dividir. Le habla del logaritmo, del factorial y le explica las teclas de la calculadora que hacen estas operaciones. También le explica la construcción del triángulo de Tartaglia o Pascal y más cosas.

Le cuenta cómo se sacan las medias aritméticas de las notas y qué es la desviación típica.

También lo que tienen en común silogismos, conjuntos y tablas de verdad, que relaciona con circuitos en serie y en paralelo.

El libro es entretenido, cuenta y explica cosas de manera sencilla y se aprende.

Temas que trata el libro

- ◆ Aritmética modular
- ◆ Trigonometría
- ◆ Combinatoria
- ◆ Potencias
- ◆ Funciones exponencial y logarítmica
- ◆ Teoría de grafos
- ◆ Criptografía
- ◆ Triángulo de Tartaglia
- ◆ Probabilidad



- ◆ Lógica
- ◆ Teoría de conjuntos
- ◆ Álgebra de Boole
- ◆ Estadística

¿Cómo se lleva a la práctica?

Se les da a los alumnos el libro junto con el listado de libros de texto del curso. Los alumnos leerán un capítulo cada semana. El profesor dedicará diez minutos a la semana a aclarar dudas del capítulo leído y seguirá guiándolos en la lectura recomendando que se fijen, subrayen y memoricen selectivamente los contenidos matemáticos. Se les piden respuestas claras y no muy extensas.

El trabajo será manuscrito.

Evaluación

Si después de la guía de lectura hay un control de lectura de esta primera parte, se calcula la media ponderada (60 por ciento + 40 por ciento) que contará como un examen más en la primera evaluación. También podemos optar por hacer un control basado en la guía de lectura y utilizar la guía para que se centren en los contenidos que deseamos trabajar.

¿Cómo se confecciona la guía y el control de lectura?

Leemos y subrayamos los contenidos matemáticos, contrastando la información con libros de texto de matemáticas, nos documentamos y seleccionamos. Después redactamos las actividades que se consideren más apropiadas para el alumnado.

Observación

- ◆ Hay que prestar atención a la Resolución de 30 de junio de 2010:

«En la elaboración y utilización de materiales curriculares, el profesorado deberá atenerse a lo dispuesto en el artículo 32 de la Ley de



Propiedad Intelectual (texto refundido aprobado por Real Decreto Legislativo 1/1996, de 12 de abril, modificado por la Ley 23/2006, de 7 de julio), referente a la cita e ilustración de la enseñanza.»

Competencias básicas que ayuda a desarrollar

Las competencias señaladas en el Real Decreto 1631/2006 son:

1. Competencia en comunicación lingüística.
En este trabajo los alumnos tienen que leer, comprender, seleccionar información y formular sus respuestas; es decir, comunicarse.
2. Competencia matemática.
Los alumnos resuelven ejercicios de cálculo, aplican métodos matemáticos y aprenden nuevos conceptos, ven aplicaciones de las potencias, el factorial de un número, etcétera.
3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico.
Los alumnos descubren el crecimiento exponencial en la naturaleza...
4. Tratamiento de la información y competencia digital.
Los alumnos manejan la calculadora y navegan por Internet; usan hojas de cálculo, etcétera.
5. Competencia social y ciudadana.
Los alumnos discuten entre ellos la mejor solución o la solución correcta; cooperan a la hora de compartir sus fuentes de información y también se dirigen al profesor con sus dudas.
6. Competencia cultural y artística.
Conocen la procedencia geográfica e histórica de nuestro calendario y la biografía de algunos matemáticos ilustres.
7. Competencia para aprender a aprender.
Es un trabajo abierto. Los alumnos han dado las respuestas a las preguntas concretas, pero al mismo tiempo les surgen otras dudas que puede investigar por su cuenta.



8. Autonomía e iniciativa personal.

Cada alumno puede elegir sus fuentes de información: diccionario, enciclopedia, página web, etcétera.

Evaluación por competencias básicas

Podemos asignar a los ejercicios de la guía y del control la competencia que consideremos que le corresponde a cada alumno y evaluarlos por separado.

Comentarios finales

También se puede preparar la lista de preguntas y ejercicios en colaboración con los departamentos de física, química, biología, plástica, tecnología, historia... O con los departamentos de lengua y literatura.

Otros trabajos sobre la lectura pueden consistir en hacer un resumen; exponer en viñetas cada capítulo en colaboración con el departamento de plástica; escenificar alguno de los capítulos en una obra de teatro en colaboración con el departamento de lengua y literatura, etcétera.

También se puede trabajar el libro en un taller de matemáticas, en la asignatura de trabajo monográfico, con los grupos de altas capacidades, etcétera.



Capítulo 1: Filo

1. ¿Qué campo de la ciencia estudia la astronomía? ¿Qué aplicaciones prácticas tiene desde la Antigüedad?
2. ¿Cuántos días tiene nuestro calendario anual? ¿Cuántos días tiene un año? ¿Cómo se arregla esa pequeña diferencia?
3. El ángulo completo de la circunferencia mide 360° , ¿en qué unidades de medida? Existen otras unidades de medida de ángulos, ¿cómo se llaman?, ¿cómo se definen?, ¿a qué equivale la circunferencia completa en estas unidades? Y ¿a qué equivale un ángulo recto?
4. La lavadora o el coche, por ejemplo, ¿tienen algo que ver con las revoluciones? Explícalo. Nombra otras máquinas o aparatos que usen estas unidades de medida.
5. Comprueba que la calculadora científica te permite trabajar con distintas unidades de medida de ángulos. Indica cuáles son y qué abreviatura en la pantalla corresponde a cada una. ¿Cuál es la equivalencia entre ellas?
6. ¿Se puede definir una aritmética modular sobre la circunferencia tomando como unidad de medida los grados sexagesimales? ¿Cuál sería el módulo? ¿Qué operación realizamos para calcular, para un ángulo cualquiera, el ángulo equivalente que corresponde a la primera vuelta? ¿Cuántas clases hay?
7. ¿Qué sentido de giro consideramos positivo? ¿Qué otro nombre recibe el sentido de giro negativo?
8. ¿Qué ciencia estudia la medida de los ángulos? ¿Qué aplicaciones tiene?



Capítulo 2: El abuelo

9. Averigua y explica cómo son las operaciones básicas de la aritmética modular y la aritmética del reloj. (Puedes consultar <http://www.matematicaparatodos.com/variocriptografia.pdf> a partir de la página 5.)
10. ¿Cómo se juega a las quinielas en España? ¿Cuántas quinielas tendrías que rellenar para tener todos los resultados posibles? ¿Cuánto tendríamos que pagar? ¿Cuál ha sido el premio máximo entregado en esta temporada?

Capítulo 3: Dobla que te dobla

11. ¿Qué es una potencia? ¿Qué significa «crecimiento exponencial»?
12. ¿Cuáles son las operaciones inversas respecto a la potencia?

Haz los ejercicios siguientes:

13. Considerando la base de la potencia un número fijo, 2, construye una tabla de valores asignando los exponentes $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ y haz la representación gráfica sobre un sistema de ejes cartesianos. (Puedes emplear programas que encontrarás en Internet como geogebra en <http://www.geogebra.org/cms>, una hoja de cálculo o bien calculadora, regla, lápiz y papel.)
14. Sobre la misma gráfica, considerando el exponente fijo, 2, construye una tabla de valores asignando a la base los números $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$.
15. A partir de qué valor es mayor la función exponencial 2^x que la polinómica x^2 .
16. Enuncia las características que deduces de la gráfica de la función exponencial.



17. Usando la tecla $\boxed{\log}$ de la calculadora (se refiere al logaritmo de base 10) construye una tabla de valores para los siguientes números: 0,001, 0,01, 0,1, 0, 1, 10, 100.
18. Representa sobre el mismo sistema de ejes coordenados la gráfica de la función $y = 10^x$. Explica si existe entre estas gráficas alguna relación de simetría.

Capítulo 4: Una mitad, y otra y otra

19. ¿En qué consiste la búsqueda dicotómica?

Mi abuelo me contaba que estuvo trabajando una temporada en Barcelona. Allí había un vagabundo que pedía limosna por las calles como compensación por sus exitosas predicciones del tiempo. Decía mi abuelo que se recorría algunas calles con la predicción de buen tiempo, gritando: «¡Mañana hará sol!», y otras anunciando que iba a llover al día siguiente. Ahora debes seguir contando tú la historia.

Capítulo 5: Mensajes secretos

20. ¿Qué ciencia estudia los métodos de construir lenguajes cifrados o códigos secretos para enviar mensajes secretos?
21. Describe dos técnicas diferentes para enviar mensajes secretos.
22. ¿En qué situaciones es importante que una comunicación se mantenga en secreto o que la información llegue íntegra?
23. En la actualidad, usamos códigos numéricos, alfanuméricos y códigos de barras con el objetivo de identificar de forma inequívoca objetos y también personas: ¿De cuántas cifras y letras consta



la matrícula de un vehículo? ¿Cuántos vehículos se pueden matricular en España con el código de identificación que se usa actualmente? ¿Podría tener cada español un vehículo con una matrícula diferente?

24. Para asegurarse de que un NIF de una persona se ha escrito correctamente, ¿qué operaciones hay que hacer para su comprobación? Haz las operaciones para comprobar que tu NIF es correcto.

(Puedes consultarlo en http://es.wikibooks.org/wiki/Algoritmo_para_obtener_la_letra_del_NIF)

25. ¿Qué información contiene el código de barras de un producto?

26. Explica el algoritmo del dígito de control del código de barras. Aplica el algoritmo del dígito de control al código de barras del paquete de la leche que tomas habitualmente, por ejemplo. Elige un producto de la misma marca, anota su código de barras y comprueba que coinciden los dígitos correspondientes.

(Puedes consultar la <http://www.monografias.com/trabajos42/codigo-de-barras/codigo-de-barras4.shtml>)

Capítulo 6: Anagramas con los peanuts

27. ¿Qué es el factorial de un número natural? ¿Con qué signo se indica esta operación? ¿Cuánto vale el factorial de cero?
28. ¿Qué es una permutación? ¿Qué son las permutaciones de m elementos?
29. Cada vez que empezamos una partida de cartas, primero barajamos las 40 cartas de la baraja para que no nos vuelvan a salir las mismas; es decir, en el mismo orden. ¿Cuál es el número total de



permutaciones que podemos obtener con las 40 cartas? Explica por qué podemos estar seguros de que nunca jugaremos la misma partida.

Capítulo 7: Lotería y pastelitos

30. ¿Qué es la lotería genovesa? ¿Cómo se calcula el número de resultados posibles? Comprueba que el número combinatorio $\binom{m}{n} = \frac{m!}{n! \cdot (m-n)!}$ nos da el mismo resultado tomando $m = 90$ y $n = 5$.
31. Y si jugamos al Gordo de la Primitiva, ¿cuántos boletos tendríamos que rellenar para tener todas las combinaciones posibles? ¿Cuánto tendríamos que pagar? ¿Cuál ha sido el premio máximo entregado en esta temporada?
32. ¿Qué son las combinaciones de m elementos tomados de n en n ? ¿Cómo se calculan?
33. Si consideramos que el triángulo de Tartaglia empieza en la fila 0 y leemos las columnas inclinadas empezando por el lado izquierdo de unos, comprueba que cada número del triángulo coincide con el valor del número combinatorio m sobre n , donde m es la fila y n es la columna correspondiente a ese número. Escribe algún ejemplo.
34. Escribe una breve biografía de Tartaglia.
35. Escribe una breve biografía de Pascal.



Capítulo 8: Gafas y rayos X

36. Haz un esquema de los campos de aplicación de la función exponencial y pon un ejemplo de cada uno de ellos.

Capítulo 9: Brindemos, brindemos

37. En el triángulo de Tartaglia, fijate que cada fila corresponde a los coeficientes del desarrollo del binomio de Newton de exponente igual al número de esa fila. Lo vamos comprobando:

$$(a + b)^1 = 1 \cdot a + 1 \cdot b$$

$$(a + b)^2 = 1 \cdot a^2 + 2 \cdot a^1 \cdot b^1 + 1 \cdot b^2$$

$$(a + b)^3 = 1 \cdot a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot b^1 + 3 \cdot a^1 \cdot b^2 + 1 \cdot b^3$$

Sabiendo que $b^0 = 1$, $a^0 = 1$, $b^1 = b$, $a^1 = a$ y sustituyendo los coeficientes numéricos por los números combinatorios podemos reescribir el binomio:

$$(a + b)^3 = \binom{3}{0} \cdot a^{3-0} \cdot b^0 + \binom{3}{1} \cdot a^{3-1} \cdot b^1 + \binom{3}{2} \cdot a^{3-2} \cdot b^2 + \binom{3}{3} \cdot a^{3-3} \cdot b^3$$

Desarrolla $(x + 1)^4 =$

38. ¿Cómo se calcula la probabilidad de un suceso? Si tuvieras que apostar a los dados, ¿por qué número apostarías si el juego consiste en lanzar dos dados y sumar los puntos? Puedes empezar usando un diagrama en árbol o una tabla de sumar.



Capítulo 10: Princesas y silogismos

39. ¿Qué operaciones se pueden definir entre conjuntos? ¿Qué propiedades cumplen?
40. ¿Qué es un silogismo? ¿Cómo explica Euler los silogismos?
41. Haz una breve biografía de Euler.
42. Haz una breve biografía de Venn.

Capítulo 11: Objetivo subjetivo

43. ¿Qué es una proposición lógica? ¿Con qué números se indica o se corresponde el valor verdadero y el valor falso?
44. Escribe algunos conectores lógicos. ¿Qué función desarrollan los conectores lógicos?
45. Usando el conector lógico «o», que es la disyunción, construye y resuelve la tabla de verdad con las proposiciones:

A: Hoy es viernes.

B: Hoy es el último día del mes.

C: Hoy es viernes o es el último día del mes.

46. En un diagrama de Euler-Venn colorea el contorno del conjunto C y escribe el operador entre conjuntos que a partir de A y B da como resultado el conjunto C.
(Puedes ir al capítulo 13 para ayudarte en la respuesta.)



Capítulo 12: Cuidado con la prensa

47. El comportamiento del circuito eléctrico en serie corresponde con la tabla de verdad de la conjunción. Dibuja un esquema de circuito eléctrico que se pueda corresponder con la tabla de verdad de la disyunción.
48. ¿Cómo se llama la máquina que consiguió construir Blaire Pascal, capaz de realizar las cuatro operaciones básicas?
49. Haz una breve biografía de Goltfried Leibniz.

Capítulo 13: En el autobús con un amigo

50. ¿Cómo funcionan los ordenadores? ¿Qué tipo de operaciones realizan?
51. ¿Cómo se llaman los componentes materiales del ordenador?
52. ¿Qué es el álgebra booleana?
53. ¿Quién fue George Boole?

Capítulo 14: Si falta gasolina

54. ¿Qué es el *modus ponens* y el *modus tollens*?



Capítulo 15: ¡Cuántos somos!

55. ¿Qué es la estadística?
56. Define las medidas de centralización: la media aritmética, valor modal o moda y valor mediano o mediana.
57. Nombra aplicaciones actuales y habituales de la estadística.
58. ¿Qué herramienta ha favorecido el desarrollo y aplicación de la estadística?

Capítulo 16: Mario, Rocco y Fabio

59. Define las medidas de dispersión: campo de variación, desviación media absoluta y desviación típica.
60. Calcula la media aritmética de la clase de la nota obtenida en el último examen, calcula la desviación típica e interpreta los resultados.

Capítulo 17: Ocho de cada diez cocineros

61. ¿Qué es la estadística descriptiva? ¿Cuál es su objetivo?
62. ¿Qué es la estadística inductiva, la inferencia estadística?



Capítulo 18: Todos bajo la misma campana

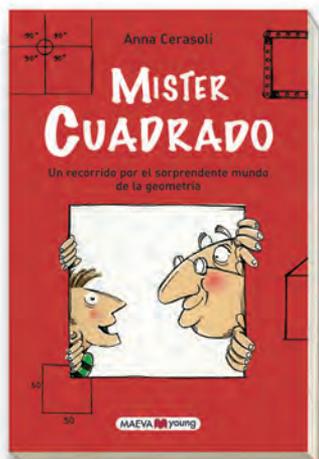
63. Elabora una tabla que represente las medidas de la altura de los alumnos de tu clase con sus frecuencias absolutas, relativas y porcentajes. Toma intervalos de amplitud de 5 cm comenzando, por ejemplo, por 150, como en este ejemplo:

Alturas	F. absolutas	F. relativas	Porcentajes
(150, 155)	3	0,12	12%
(155, 160)	7	0,28	28%
(160, 165)	6	0,24	24%
(165, 170)	4	0,16	16%
(170, 175)	5	0,20	20%

Haz un gráfico con estos valores, un histograma, construye el polígono de frecuencias y analiza el grado de concentración que presentan los valores alrededor de la zona central de la distribución; es decir, describe la forma que tiene la curva que se obtiene. Puedes utilizar una hoja de cálculo para obtener los gráficos.



Anna Cerasoli lleva más de veinte años enseñando matemáticas en un instituto italiano. Es autora de numerosos manuales de matemáticas y sabe cómo explicar esta materia tan ardua de forma amena y accesible.



MISTER CUADRADO

Un recorrido por el sorprendente mundo de la geometría

Libro ilustrado

Esta vez, Filo y su abuelo emprenden un divertido viaje al maravilloso mundo de la geometría, desde sus orígenes como simple herramienta de medición hasta su uso en la topología moderna y en la vida cotidiana.

14 x 21 cm, 168 págs. / ISBN: 978-84-92695-09-6



9 788492 695096

LA SORPRESA DE LOS NÚMEROS

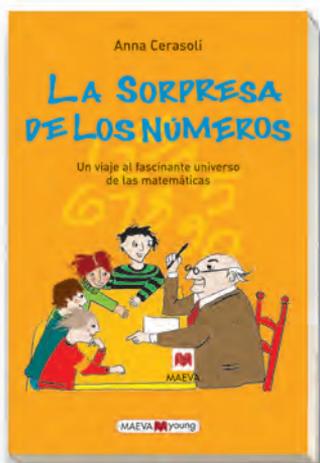
Un viaje al fascinante universo de los números

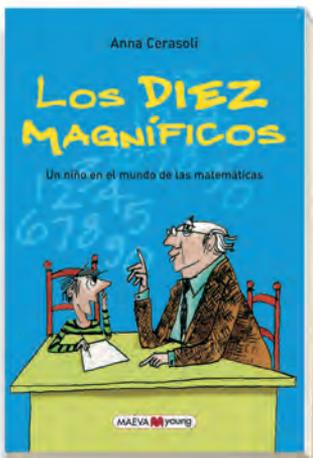
Libro ilustrado

14 x 21 cm, 200 págs. / ISBN: 978-84-96748-03-3



9 788496 748033





LOS DIEZ MAGNÍFICOS

Un niño en el mundo de las matemáticas

Libro ilustrado

«El relato *Los diez magníficos. Un niño en el mundo de las matemáticas* se erige en perfecto aliado para acceder al universo de los números.» —*El País*

14 x 21 cm, 208 págs. / ISBN: 978-84-96231-27-6



9 788496 231276

LOS TRUCOS DE LAS FRACCIONES

Libro ilustrado

La autora que consigue que las matemáticas sean divertidas.

14 x 21 cm, 128 págs. / ISBN: 978-84-15532-10-1



9 788415 532101



¿Quién ha dicho que las matemáticas son aburridas?

Filo está esperando con impaciencia el regreso de su abuelo, un profesor de matemáticas jubilado, que se ha ausentado por una temporada. Junto con su hermana elabora un sistema de cálculo para contar los días que faltan para su regreso.

Finalmente llega el ansiado día y puede abrazarlo de nuevo e, inmediatamente, la extraña pareja se pone manos a la obra. Filo, que ya se ha hecho algo mayor desde las lecciones anteriores recibidas de su abuelo, se interesa por muchos temas diferentes, es un joven pacifista y está preocupado por la ecología. Como ya está familiarizado con los conceptos más básicos de la materia, su abuelo lo introduce en otros temas y contesta preguntas tales como: ¿Qué sistema podemos establecer para tener más posibilidades de acertar las quinielas? ¿En qué medida aumentarían las bacterias que atacan el cuerpo de Filo si dejara de bañarse? ¿Qué son los códigos cifrados?

El abuelo utiliza ejemplos de la vida cotidiana, relata divertidas anécdotas e interesantes historias para contestar a todas las preguntas de su curioso nieto, cada vez más aficionado a las matemáticas.

Un viaje lúdico y apasionante a través del placer de razonar, un útil compañero de estudio para todos: estudiantes, padres y profesores.